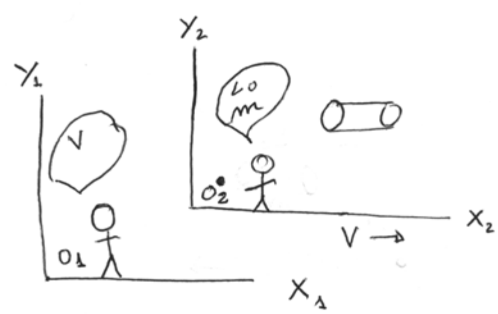
El viaje del submarino resuelto según la Relatividad Especial.

Antes de seguir quiero hacer una advertencia, en mi opinión, esta cuestión se debe resolver a partir de la Teoría General de la Relatividad. Este método que se expone aquí es un modo de calcular, no es un modo de entender lo que ocurre cuando un submarino, que inicialmente está en reposo y cuya densidad es la misma que la del agua, se pone en movimiento paralelamente a la superficie del agua.

Para resolver el problema supondremos que el submarino es un cilindro de altura L_0 paralela a su movimiento y, además, que el submarino permanece en reposo respecto de un sistema O2.



SEGUN EL OBSERVADOR O1

Resolveremos la cuestión desde el punto de vista de un observador en reposo con respecto del agua (y de la Tierra, y del campo gravitatorio de ésta).

Veamos, inicialmente el submarino ni sube ni baja ya que su densidad es la misma que la del agua.

$$F_{\mathrm{Re}s} = 0 = -mg + V_{sub}\rho_{agua}\cdot g = -mg + S_{sub}\cdot L_0 \rho_{agua}\cdot g$$

Donde L_0 es la longitud propia del submarino en la dirección de las x;
V_{sub} es el volumen del submarino
ρ_{agua} es la densidad del agua
m es la masa del submarino (antiguamente mal llamada masa propia)
S_{sub} es la superficie del submarino perpendicular al movimiento

Cuando se pone en movimiento con una velocidad V según el eje de las X, la resultante de las fuerzas para el observador O1 deja de ser cero ya que:

$$F_{\mathrm{Re}\,s} = -\frac{m}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}g + S_{sub}\cdot L_0\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\cdot\rho_{agua}\cdot g$$

Pero $S_{sub}\cdot L_0\cdot\rho_{agua}$ es la masa m del submarino, por tanto, llamando $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$, tenemos:

$F_{\mathrm{Re}\,s} = -m\cdot\gamma\cdot g + \frac{m}{\gamma}\cdot g = -mg\cdot\left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)$ que es la solución de **Supple's** indicada en el artículo de **Matsas.**

SEGUN EL OBSERVADOR O2 (el marinero)

¿Cómo serían las cosas desde el punto de vista de un marinero que viajara con el submarino, es decir para el observador O2?

Para responder esta pregunta en el marco de la Relatividad Especial deberemos usar las expresiones (que la propia Relatividad Especial nos da) que nos permiten calcular la fuerza percibida por O2:

$$Fx_{(O2)} = Fx_{(O1)} - \frac{V}{c^2 - v_{1x}\cdot V}(v_{1y}\cdot Fy_{(O1)} + v_{1z}Fz_{(O1)})$$

$$Fy_{(O2)} = \frac{Fy_{(O1)}}{\gamma\cdot\left(1-\frac{v_{1x}\cdot V}{c^2}\right)}$$

$$Fz_{(O2)} = \frac{Fz_{(O1)}}{\gamma\cdot\left(1-\frac{v_{1x}\cdot V}{c^2}\right)}$$

Las componentes X y Z de la fuerza son nulas[1] y, teniendo en cuenta que en nuestro caso la velocidad relativa del punto de aplicación de la fuerza respecto de O1 (v_{1x}) es la misma que la del sistema O2 respecto de O1 (V), la componente en Y de la fuerza según O2 quedará así:

$$Fy_{(O2)} = \frac{-m\cdot g\cdot(\gamma - \frac{1}{\gamma})}{\gamma\cdot\frac{1}{\gamma^2}} = -m\cdot g\cdot\gamma\cdot\left((\gamma - \frac{1}{\gamma})\right)$$

que es la solución de **Matsas**

[1] La componente en X la podemos considerar nula mientras v_{1y} sea pequeña comparada con c.

Resumiendo,

Usar la Teoría Especial de la Relatividad para resolver problemas que incluyen campos gravitatorios puede ser una manera de calcular; pero para entender el porqué de los resultados debemos apoyarnos en el principio de equivalencia y, por tanto, en la Relatividad General, sólo así podemos comprender porque hemos empezado a resolver la cuestión desde el punto de vista del observador en reposo respecto del agua (y del campo gravitatorio).

Enric Ripoll i Mira, 2004.