

Xuño de 2011

Opción B

Unha partícula cargada atravesa un campo magnético B con velocidade v . A continuación, fai o mesmo outra partícula coa mesma v , dobre masa e tripla carga, e en ambos os casos a traxectoria é idéntica. Xustifica cal e a resposta correcta:

- a) non é posible;
- b) so é posible se a partícula inicial e un electrón;
- c) é posible nunha orientación determinada.

A resposta que se pretendía que dera o alumno é a c) (como consta nos criterios de corrección, <http://ciug.cesga.es/PDF/cri2011xfisica.pdf>) “é posible nunha orientación determinada”. Pero quen elaborou esta cuestión esqueceu un detalle:

“Se o ángulo de entrada no campo magnético uniforme non é de 90° (ou 270°) a traxectoria que segue a partícula é helicoidal (salvo no caso dun ángulo de 0° ou 180° en que sería en liña recta)”.

Por tanto, a resposta boa realmente é a a); xa que para unha mesma velocidade e ángulos de entrada diferentes o paso de hélice é tamén diferente (aínda que o raio da hélice sexa o mesmo).

Discusión:

Consideramos o movemento duna partícula cargada nun campo magnético uniforme

\vec{B} , pero agora a velocidade \vec{v} non é perpendicular a \vec{B} .

Descompoñemos \vec{v} en dúas velocidades: unha paralela a \vec{B} e outra perpendicular a \vec{B} :

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp},$$

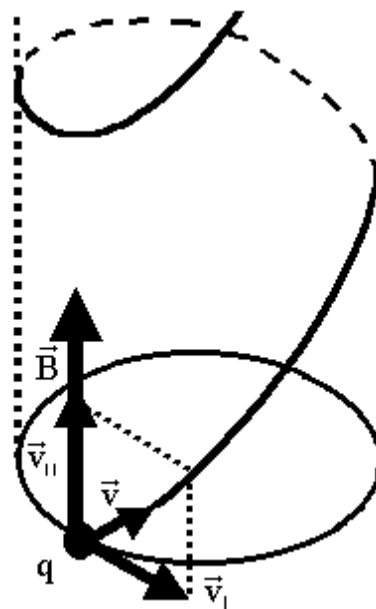
e como

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}),$$

por superposición, resulta que

$$\vec{F} = \vec{F}_{\parallel} + \vec{F}_{\perp},$$

onde



$$\begin{aligned}\vec{F}_{\parallel} &= q(\vec{v}_{\parallel} \wedge \vec{B}) = 0 \rightarrow \\ \rightarrow \vec{F}_{\perp} &= q(\vec{v}_{\perp} \wedge \vec{B}) \rightarrow \\ \rightarrow F_{\perp} &= qv_{\perp}B\end{aligned}$$

Resulta que $v_{\parallel} = cte$, o que nos proporcionaría un movemento rectilíneo e uniforme e, debido a v_{\perp} , resulta un movemento circular. A superposición destes dous movementos é unha hélice de paso constante. Nótese que na figura a hélice corresponde a una q negativa.

Para o caso que nos ocupa, supoñamos que a partícula ten unha carga q , que penetra cunha velocidade v formando un ángulo α e ten unha masa m , a forza centrípeta será:

$$m \frac{v_{\perp}^2}{r} = q \cdot v_{\perp} \cdot B$$

Onde $v_{\perp} = v \cdot \text{sen } \alpha$

Por outra parte $v_{\parallel} = v \cdot \text{cos } \alpha$

Pro tanto o raio da traxectoria seguida pola partícula será:

$$r = \frac{m \cdot v_{\perp}^2}{q \cdot v_{\perp} \cdot B} = \frac{m \cdot v_{\perp}}{q \cdot B} = \frac{m \cdot v \cdot \text{sen } \alpha}{q \cdot B}$$

Se agora facemos que a masa e a carga sexan de $2 \cdot m$ e $3 \cdot q$ vemos que é posible que o raio sexa o mesmo modificando o ángulo de entrada:

$$r = \frac{2 \cdot m \cdot v \cdot \text{sen } \beta}{3 \cdot q \cdot B}$$

A única condición sería que $\text{sen } \beta = \frac{3}{2} \text{sen } \alpha$

Pero temos que ter en conta a compoñente $v_{\parallel} = v \cdot \text{cos } \beta$ que loxicamente non sería a mesma e, polo tanto, tampouco o paso de hélice. Así a traxectoria non sería a mesma.

Os pasos de rosca das hélices serían, respectivamente:

$$\begin{aligned}h_1 &= v \cdot \text{cos } \alpha \cdot \frac{2\pi \cdot m}{qB} = 2\pi \frac{v \cdot m}{q \cdot B} \text{cos } \alpha \\ h_2 &= v \cdot \text{cos } \beta \cdot \frac{2\pi \cdot 2 \cdot m}{3 \cdot q \cdot B} = \frac{4}{3} \pi \frac{v \cdot m}{q \cdot B} \cdot \text{cos } \beta\end{aligned}$$

Que no coincidirán, en xeral, como se mostra na táboa seguinte:

Para $q_1 = 1 \text{ C}$, $m_1 = 1 \text{ kg}$, $B = 1 \text{ T}$, $v = 1 \text{ m/s}$, $q_2 = 3 \text{ C}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$.

Ángulos de entrada e raios das traxectorias					Pasos de hélice	
α	$\text{sen } \alpha$	r1	β	r2	h1	h2
0	0	0	0	0	6,28318531	4,1887902
10	0,17364818	0,173648178	15,0980866	0,17364818	6,1877296	4,04419874
20	0,34202014	0,342020143	30,8658825	0,34202014	5,90426287	3,59553415
30	0,5	0,5	48,5903779	0,5	5,44139809	2,77062429
40	0,64278761	0,64278761	74,6185683	0,64278761	4,81319919	1,11105005
50	0,76604444	0,766044443	#jNUM!	#jNUM!	4,03875366	#jNUM!
60	0,8660254	0,866025404	#jNUM!	#jNUM!	3,14159265	#jNUM!
70	0,93969262	0,939692621	#jNUM!	#jNUM!	2,14897594	#jNUM!
80	0,98480775	0,984807753	#jNUM!	#jNUM!	1,09106368	#jNUM!
90	1	1	#jNUM!	#jNUM!	3,8489E-16	#jNUM!
100	0,98480775	0,984807753	#jNUM!	#jNUM!	-1,09106368	#jNUM!
110	0,93969262	0,939692621	#jNUM!	#jNUM!	-2,14897594	#jNUM!
120	0,8660254	0,866025404	#jNUM!	#jNUM!	-3,14159265	#jNUM!
130	0,76604444	0,766044443	#jNUM!	#jNUM!	-4,03875366	#jNUM!
140	0,64278761	0,64278761	74,6185683	0,64278761	-4,81319919	1,11105005
150	0,5	0,5	48,5903779	0,5	-5,44139809	2,77062429
160	0,34202014	0,342020143	30,8658825	0,34202014	-5,90426287	3,59553415
170	0,17364818	0,173648178	15,0980866	0,17364818	-6,1877296	4,04419874
180	1,2251E-16	1,22515E-16	1,0529E-14	1,2251E-16	-6,28318531	4,1887902

Enric Ripoll Mira.